# COURS 7
# L'INTERFACE SYNTAXE-SEMANTIQUE (1)
# INTRODUCTION AU LAMBDA-CALCUL

**Introduction** :
Les principales limites du calcul des prédicats

• pas assez de types :

*Jean a toutes les qualités de Pierre, son père.*
*Nager est sain.*

• pas assez de quantifieurs :

*La plupart des enfants sont malades.*
*Jean a beaucoup d'enfants.*

• compositionalité discutable : une même structure syntaxique (GN-GV) dont on ne voit plus la trace dans la représentation sémantique.

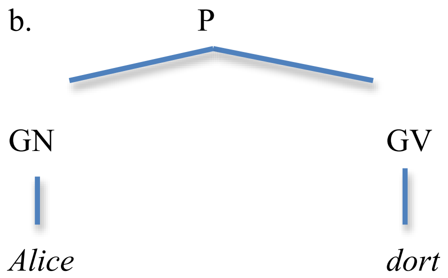
| | |
|---|---|
| *Jim rit* | $R(j)$ |
| *Chaque étudiant rit* | $\forall x\ [E(x) \rightarrow R(x)]$ |
| *Un étudiant rit* | $\exists x\ [E(x) \wedge R(x)]$ |

## 1) L'INTERFACE SYNTAXE-SEMANTIQUE

Comment passer d'une analyse syntaxique à une formule logique ?

(1) a. Alice dort.

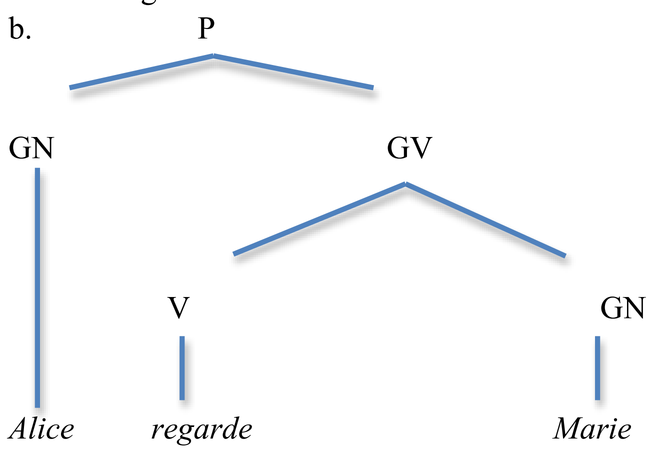
b.




c. D(a)

(2) a. Alice regarde Marie.

b.




c. R(a,m)

- Il faut construire des expressions correspondant aux différents constituants de la phrase, trouver un moyen de représenter les constituants intermédiaires entre la phrase et les mots. Comment représenter le GV par exemple ?
- Expressions saturées (comme la phrase) *vs* expressions non saturées (comme le verbe, ou le GV).
- Il faut aussi définir des opérations pour rendre compte de ce qu'on fait en syntaxe quand on analyse une phrase (on la décompose) et quand on construit une phrase (on compose les mots en se conformant à des règles).

## 2) LE LAMBDA CALCUL : UN CALCUL D'ORDRE SUPERIEUR

### A) L'idée

Si F(x) est une formule bien formée du calcul des prédicats, alors $\lambda x.F(x)$ est un prédicat et correspond à la propriété d'être F. C'est la propriété qui, pour un x, indique que x est F.
L'opérateur $\lambda$ (lambda) permet de former de nouvelles expressions à partir d'expressions déjà connues, par abstraction sur une variable, et ce <u>quel que soit le type de la variable</u> (individu, propriété d'individu, propriété de propriété...).

(3) D(a), D(x), $\lambda x.D(x)$
(4) a. R(a,m), R(x,m), $\lambda x.R(x,m)$
b. R(a,m), R(a,y), $\lambda y.R(a,y)$
c. R(a,m), $\lambda x.R(x,m)$, $\lambda y.\lambda x.R(x,y)$
(5) a. *Courir est sain.* S(C) ou $S(\lambda x.C(x))$
b. *Ne pas fumer est sain.*
x fume : F(x) la propriété de fumer : $\lambda x.F(x)$
x ne fume pas : $\neg F(x)$ la propriété de ne pas fumer : $\lambda x.\neg F(x)$
$S\ (\lambda x.\neg F(x))$
c. *Boire et conduire, c'est déraisonnable.* $\lambda P.\neg R(P)\ [\lambda x.[B(x) \wedge C(x)]$

### B) Les moyens techniques

Les deux opérations dans le lambda-calcul sont :

- ✓ **l'abstraction**
- ✓ **la réduction (ou application fonctionnelle).**

Pour réduire une expression du type $[\lambda x.\alpha]\beta$, on remplace dans $\alpha$ toutes les occurrences <u>libres</u> de x par $\beta$.
<u>Exemples :</u>
$[\lambda x.F(x)]\ a = F(a)$
$[\lambda x.R(x,y)]\ a = R(a,y)$
$[\lambda y.R(x,y)]\ a = R(x,a)$
$[\lambda x.(F(x) \wedge R(x,b)]\ a = (F(a) \wedge R(a,b))$
$[\lambda x.(F(x) \wedge \exists x\ R(x,b)]\ a = (F(a) \wedge \exists x\ R(x,b))$

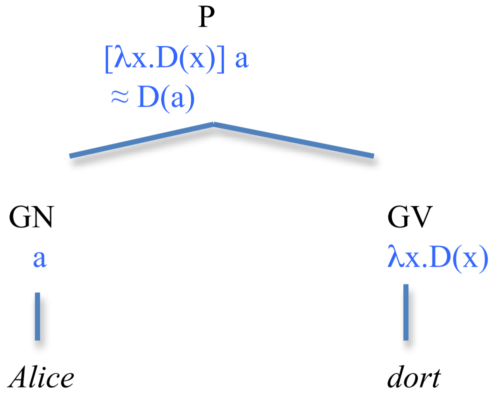
• Attention :
- bien remplacer **toutes** les occurrences de la variable liée par le lambda
- a priori, rien ne nous contraint à appliquer une formule à une constante individuelle.
- Pour éviter toute ambiguïté, on note **(F)a** l'application fonctionnelle, et pas F(a).Cette notation est différente de l'usage en mathématique où on écrit *R(x)* plutôt que *(R)x*. Par exemple, on écrit *succ(2)* plutôt que *(succ)2*. Cela se justifie car la notation F(a) donne lieu à des ambiguïtés, contrairement à (F)a ou (Fa). $\lambda x.\lambda y.F(a)$ peut signifier : $\lambda x.\lambda y.(F)a$, $\lambda x.(\lambda y.F)a$, ou $(\lambda x.\lambda y.F)a$.
Si F = R(x,y), on a :

- ➢ λx.λy.[R(x,y)]a : ne se réduit pas
- ➢ λx.[λy.R(x,y)]a = λx.R(x,a)
- ➢ [λx.λy.R(x,y)]a = λy.R(a,y)

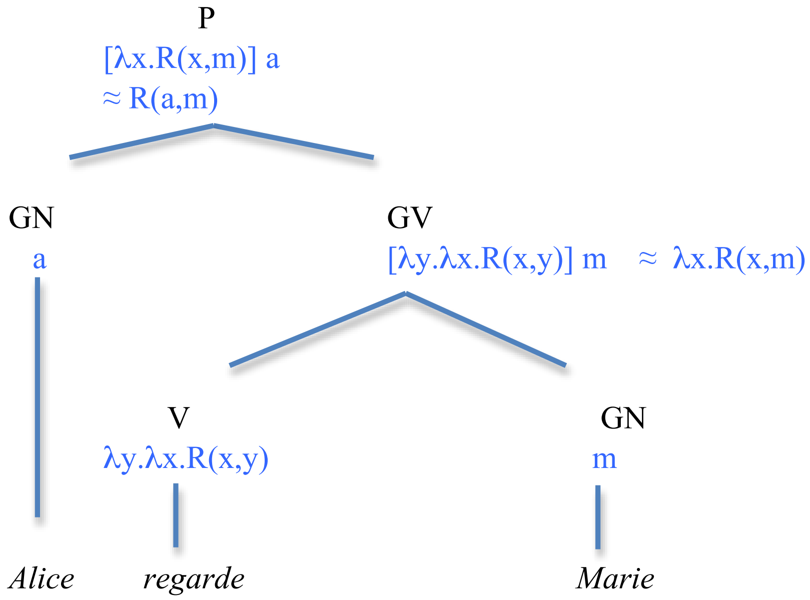
• Lambda-expressions, ensembles et fonctions.
• fonctions = expressions non saturées.

**C) Application aux phrases simples**

(6)



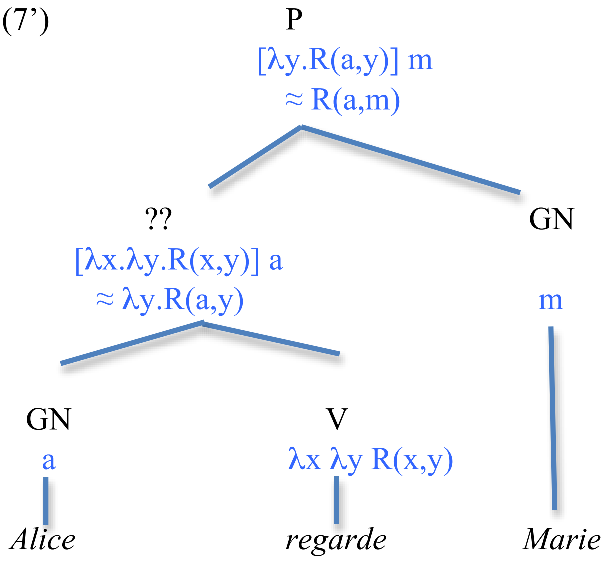

(7)




On représente *regarder* comme λy.λx.R(x,y) plutôt que comme λx.λy.R(x,y), pour rendre compte de l'existence du GV.

Dans quel arbre syntaxique une formule comme λx.λy.R(x,y) trouverait-elle sa place ?

(7')




**Exercice**

Proposer une analyse syntaxique des phrases suivantes et faire correspondre à chaque constituant intermédiaire une expression du lambda-calcul.

*(1) Jean court.*
*(2) Jean aperçoit Marie.*
*(3) Jean aperçoit Marie et part.*
*(4) Jean voyage de Paris à Grenoble.*
*(5) Jean et Marie partent.*

Quels problèmes posent les phrases (4) et (5) ?