COURS 4
Ambiguïté sémantique et questions de portée

1) RAPPELS

• **ÉVALUATION D'UNE FORMULE DANS UN MODELE**

(i) la méthode des substitutions

Méthode applicable seulement si à chaque individu du domaine est associée au moins une constante du langage logique.

Définition (cf cours 3)

….

- Si F est une formule, $[[\exists x\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi il existe au moins une constante c telle que $[[(c/x)\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$
- Si F est une formule, $[[\forall x\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour toutes les constantes c du langage $[[(c/x)\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$

(ii) la méthode des assignations

Méthode à laquelle on doit avoir recours quand il y a plus d'individus dans le modèle que de constantes dans le langage. Donc des individus sans nom propre.

Une fonction d'assignation est une **fonction qui attribue à chaque variable de la formule F une et une seule valeur dans le modèle**.

Définition (voir détail en note) [1]

….

- Si F est une formule, $[[\exists x\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi il existe un élément e du modèle telle que $e \in [[F]]^{\mathcal{M},}$
- Si F est une formule, $[[\forall x\, F]]^{\mathcal{M}} = 1$ ssi pour chaque élément e du modèle $e \in [[F]]^{\mathcal{M}}$ (cad ssi $[[F]]^{\mathcal{M}} = D$)

• Cas où on a plus d'éléments dans D que de constantes dans L.

• Cas où on a plus de constantes dans M que d'éléments dans D.

(1) *Emile Ajar, c'est Romain Gary.*

(2) *Mon nom, c'est Elizabeth. Mais on m'appelle aussi Liz ou Lizbeth.*

• **MONTRER QU'UNE PHRASE EST AMBIGUE**

Une phrase de la langue naturelle est ambiguë si elle correspond à deux formules du calcul des prédicats qui ne sont pas équivalentes.

---

[1] Définition. Interprétation dans un modèle $\mathcal{M}$ et pour une assignation g par induction sur les formules

- Soit t est un terme, $[[t]]^{\mathcal{M},g} = \mathcal{I}(t)$ si t est une constante et $[[t]]^{\mathcal{M},g} = g(t)$ si t est une variable.
- Si P est un prédicat n-aire et $t_1,\dots,t_n$ sont des termes, alors $[[P(t_1, \ \ ,t_n)]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $([[t_1]]^{\mathcal{M},g}),\dots, [[t_n]]^{\mathcal{M},g} \in \mathcal{I}(P)$. Sinon, $[[P(t_1, \ \ ,t_n)]]^{\mathcal{M},g} = 0$.
- Si F est une formule, alors $[[\neg F]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[[F]]^{\mathcal{M},g} = 0$
- Si F et G sont deux formules, $[[F \wedge G]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[[F]]^{\mathcal{M},g} = 1$ et $[[G]]^{\mathcal{M},g} = 1$
- Si F et G sont deux formules, $[[F \vee G]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[[F]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ou $[[G]]^{\mathcal{M},g} = 1$
- Si F et G sont deux formules, $[[F \rightarrow G]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi $[[F]]^{\mathcal{M},g} = 0$ ou $[[G]]^{\mathcal{M},g} = 1$
- Si F est une formule, $[[\exists x\, F]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi il existe une assignation g' différente de g en x telle que $[[F]]^{\mathcal{M},g'} = 1$
- Si F est une formule, $[[\forall x\, F]]^{\mathcal{M},g} = 1$ ssi pour toutes les assignations g' différentes de g en x $[[F]]^{\mathcal{M},g'} = 1$

$\boxed{[[F]]^{\mathcal{M}} = 1 \text{ ssi pour toute assignation g } [[F]]^{\mathcal{M},g} = 1}$

(3) Jean et Marie aime une femme
(4) Un tuteur a pris en charge (tous les étudiants/ chaque étudiant).
(5) Un chèque de 100 euros sera donné à tous les employés.

Exercice 5 du cours 3
(6) Tout le monde a vu quelqu'un dehors.

Exercice 6 du cours 3.

- **DENOTATION D'UNE PHRASE ET DE SES CONSTITUANTS**

Exercice 4 du cours 3

2) LES AMBIGUÏTES DE PORTEE DANS LE CALCUL DES PREDICATS

a) Des ambiguïtés souvent désambiguïsées en contexte

(7) *Tout le monde admire quelqu'un.* Ambiguë
(7') a. $\exists y\ \forall x\ (\text{Humain}(y) \wedge (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Admire}(x,y)))$
b. $\forall x\ \exists y\ (\text{Humain}(y) \wedge (\text{Humain}(x) \rightarrow \text{Admire}(x,y)))$

(8) *Il y a une étiquette à côté de chaque assiette.* Pas ambiguë

b) Portée étroite *vs.* portée large

(9) *Au ski, cette année, on s'est tous cassé quelque chose.*

L'interprétation par portée large de l'indéfini sur l'universel : *un N = un même N*
L'interprétation par portée étroite l'indéfini sur l'universel : *un N = un N pour chacun, pas nécessairement le même. Mais possiblement le même.*
RQ : $(\exists y\ \forall x\ F(x,y)) \rightarrow (\forall x\ \exists y\ F(x,y))$
Mais l'inverse est faux : $\exists y\ \forall x\ F(x,y)$ n'implique pas $\forall x\ \exists y\ F(x,y)$.
Le prouver avec des modèles.

c) Portée inverse (voir (7))

(10) a. *Un spécialiste relira chaque papier.*
b. *Un guide accompagnera chaque visiteur.*

d) Portée intermédiaire

(11) a. *Chaque professeur a récompensé chaque étudiant qui a lu un roman.*
b. *Chaque professeur a choisi un roman particulier et a récompensé tous les étudiants qui l'ont lu.*
c. *Il y a un roman, tel que chaque professeur a récompensé chaque étudiant qui l'a lu.*

Les lectures intermédiaires sont rendues plus accessibles quand le nom dépendant est modifié par une relative, dans laquelle un pronom reprend l'expression quantifiée (cf. Kratzer 1998).
(12) *Chaque professeur a récompensé chaque étudiante qui a lu un livre qu'il avait conseillé.*

Exercice 1
Montrer que les formules suivantes ne sont pas équivalentes en vous appuyant sur des phrases de la langue naturelle qu'on pourrait leur faire correspondre.
(1) a. $\forall x\ F(x) \vee \forall x\ G(x)$ b. $\forall x\ (F(x) \vee G(x))$
(2) a. $\exists x\ F(x) \wedge \exists x\ G(x)$ b. $\exists x\ (F(x) \wedge G(x))$

Exercice 2

Ambiguïté des phrases avec **deux quantificateurs négatifs**

(1) Personne n'a eu aucun problème.

Exercice 3

Traduire les phrases suivantes en logique des prédicats et, en cas d'ambiguïté, donner toutes les traductions correspondantes.

(1) Personne n'a lu le moindre livre.
(2) Jean n'a peur de rien.
(3) Personne n'a peur de rien.
(4) Jean n'a pas dit quoi que ce soit de nouveau.
(5) Tout le monde a menti à quelqu'un.
(6) Personne n'en veut au monde entier.
(7) On connaît tous quelqu'un que personne n'aime.
(8) Tous les dossiers auxquels il manquera une pièce seront rejetés sans être examinés.