COURS 6
Sémantique compositionnelle
INTRODUCTION AU LAMBDA-CALCUL

Introduction :
Les principales limites du calcul des prédicats
• pas assez de types :
    Jean a toutes les qualités de Pierre, son père.
    Nager est sain.
• pas assez de quantifieurs :
    La plupart des enfants sont malades.
    Jean a beaucoup d'enfants.
• compositionnalité discutable :

Jim rit	$R(j)$
Chaque étudiant rit	$\forall x\,[E(x) \rightarrow R(x)]$
Un étudiant rit	$\exists x\,[E(x) \wedge R(x)]$

1) LE LAMBDA CALCUL : UN CALCUL D'ORDRE SUPERIEUR
A) L'idée
Si $F(x)$ est une formule bien formée, alors $\lambda x\, F(x)$ est un prédicat et correspond à la propriété d'être un x qui vérifie F. L'opérateur λ (lambda) permet de former de nouvelles expressions à partir d'expressions déjà connues, par abstraction sur une variable, et ce <u>quel que soit le type de la variable</u> (individu, propriété d'individu, propriété de propriété...).

(1) *Courir est sain.* $S(C)$ ou $S(\lambda x\, C(x))$
(2) *Ne pas fumer est sain.*
    x fume : $F(x)$ — la propriété de fumer : $\lambda x\, F(x)$
    x ne fume pas : $\neg F(x)$ — la propriété de ne pas fumer : $\lambda x\, \neg F(x)$
    $S\,(\lambda x\, \neg F(x))$
(3) *Boire et conduire, c'est déraisonnable.* $\lambda P\, \neg R(P)\, [\lambda x\, [B(x) \wedge C(x)\,]$

B) Les moyens techniques
Les deux opérations dans le lambda-calcul sont :
  l'abstraction
  la réduction ou application fonctionnelle
Pour réduire une expression du type $[\lambda x \alpha(\beta)]$, on remplace dans α toutes les occurrences libres de x par β.
<u>Exemples :</u>
$[\lambda x F(x)(a)] = F(a)$
$[\lambda x R(x,y)(a)] = R(a,y)$
$[\lambda x\, (F(x) \wedge \exists x\, R(x,b))\, (a)] = (F(a) \wedge \exists x\, R(x,b))$
• Attention : - bien remplacer **toutes** les occurrences de la variable liée par le lambda
  - a priori, rien ne nous contraint à appliquer une formule à une constante individuelle.
• Lambda-expressions, ensembles et fonctions.
• fonctions = expressions non saturées

2) LE LAMBDA CALCUL POUR L'ANALYSE DU LANGAGE NATUREL
Calcul inventé par Church en 1930 et appliqué au langage naturel par Richard Montague.

Il donne un moyen de **marquer la structure syntaxique** dans une formule logique.

A) La coordination

Cas simple : avec Npropre.

(4) *Jean fume et boit.*

(4') *Jean fume et Jean boit.*

$F(j) \& B(j)$

$\lambda x\ (F(x) \& B(x))\ j$ ce qui se réduit en $F(j) \land B(j)$

Cas plus complexe : GN indéfini en sujet.

(5) *Un homme s'ennuie et baille.* $\lambda x\ [E(x) \land B(x)]$

(5') *Un homme s'ennuie et un homme baille.* $\lambda x\ E(x) \land \lambda x\ B(x)$

La coordination est transcatégorielle :

Jean et ses frères sont venus me rendre visite.	NP conj NP
Plusieurs ou peut-être même tous les enfants sont invités chez Marie.	**Det conj Det**
L'eau a coulé sur puis sous la table.	prép conj prép
Jean a vu et acheté une robe.	V conj V
Marie a vu un beau et riche jeune homme.	Adj conj Adj

Coordination de types différents :

Jean et un ami

Jean et tous les élèves

Tous les élèves sauf Jean....

B) La quantification

(6) *Tout homme dort.*

(6') $\forall x\ [\ H(x) \rightarrow D(x)\ ]$

$\lambda P\ [\forall x\ [\ H(x) \rightarrow P(x)\ ]]$

$\lambda Q\ \lambda P\ [\forall x\ [\ Q(x) \rightarrow P(x)\ ]]$

(7) *Un homme dort.*

(7') $\exists x\ [\ H(x) \land D(x)\ ]$

$\lambda P\ [\exists x\ [\ H(x) \land P(x)\ ]]$

$\lambda Q\ \lambda P\ [\exists x\ [\ Q(x) \land P(x)\ ]]$

(8) *L' homme dort.*

(8') $\exists x\ [\ H(x) \land D(x) \land [\forall y\ [\ H(y) \land D(y)\ ] \rightarrow (x=y)\ ]\ ]$

$\lambda P\ [\ \exists x\ [\ H(x) \land P(x) \land [\forall y\ [\ H(y) \land P(y)\ ] \rightarrow (x=y)\ ]\ ]$

$\lambda Q\ \lambda P\ [\ \exists x\ [\ Q(x) \land P(x) \land [\forall y\ [\ Q(y) \land P(y)\ ] \rightarrow (x=y)\ ]\ ]$

(9) *Jean dort.*

(9') $D(j)$

$\lambda Q\ [Q(j)]\ D$

$\lambda Q\ [Q(j)]\ \lambda x\ D(x)$

$\lambda Q\ [Q(j)]$

Montée de type et coordination de GN

C) L'ellipse verbale

(10) *-Does Bill smoke ?* *-No. John does.*

(11) *John came, but Bill didn't.*

(12) *Jean est parti et Pierre le fera bientôt.*
John left and Peter will.

(13) *Jean a-t-il parlé à Bill de son problème ?*

(14) *Oui, et Frank l'a fait aussi.*
a Frank a parlé à Bill du pb de Frank.
b Frank a parlé à Bill du pb de Bill.

(15) a $\lambda x\ \exists y\ [\text{parler}(x, b, y) \wedge \text{problème}(y,x)]$
b $\lambda x\ \exists y\ [\text{parler}(x, b, y) \wedge \text{problème}(y,b)]$

a $\lambda x\ \exists y\ [\text{parler}(x, b, y) \wedge \text{problème}(y, x)]\ f$ qui se réduit en
$\exists y\ [\text{parler}(f, b, y) \wedge \text{problème}(y, f)]$
b $\lambda x\ \exists y\ [\text{parler}(x, b, y) \wedge \text{problème}(y, b)]\ f$ qui se réduit en
$\exists y\ [\text{parler}(f, b, y) \wedge \text{problème}(y, b)]$

3) ANALYSE COMPOSITIONNELLE DES GN

(16)

P
$[\lambda P\ P(a)]\ D \quad (\approx D(a))$

GN
$a \approx [\lambda P\ P(a)]$
Alice

GV
D
dort

montée de type du Npropre

(17)

P
$[\lambda Q\ \exists y\ (F(x) \wedge Q(x))]\ D$
$\approx \exists y\ (F(x) \wedge D(x))$

par réduction

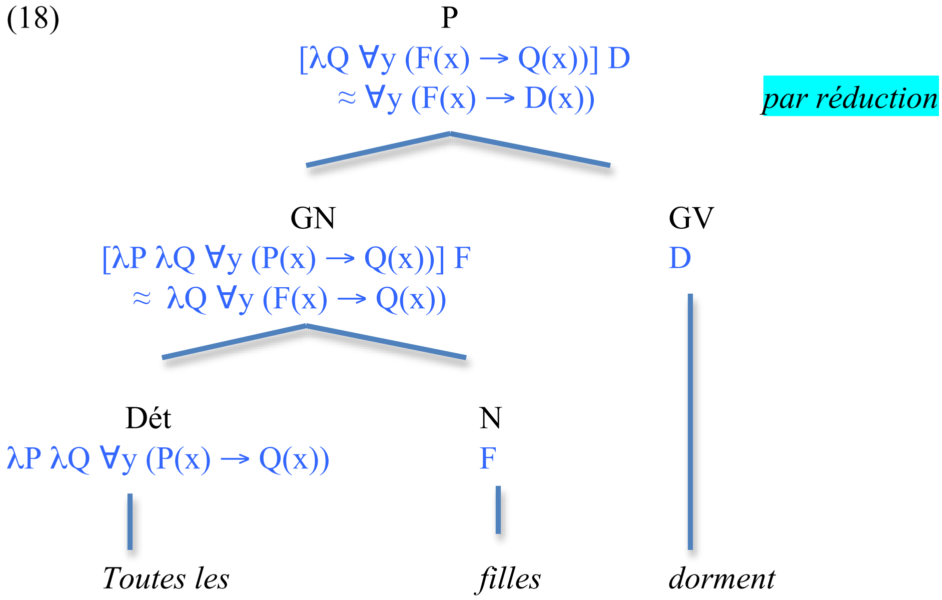
GN
$[\lambda P\ \lambda Q\ \exists y\ (P(x) \wedge Q(x))]\ F$
$\approx \lambda Q\ \exists y\ (F(x) \wedge Q(x))$

Dét
$\lambda P\ \lambda Q\ \exists y\ (P(x) \wedge Q(x))$
Une

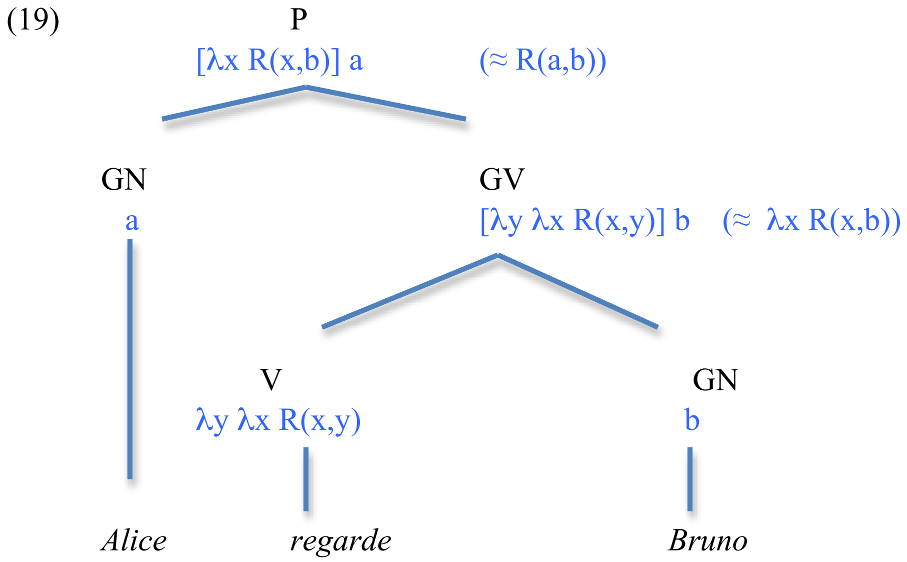
N
F
fille

GV
D
dort

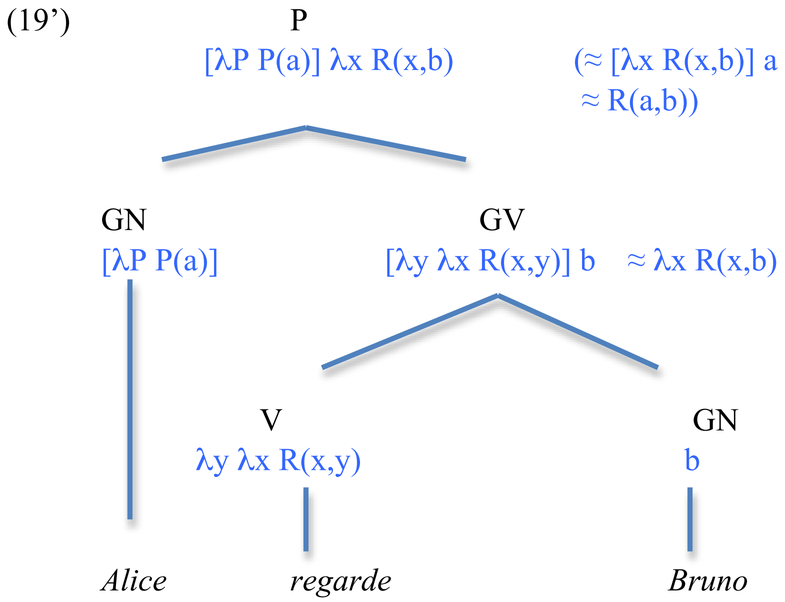
(18)



(19)



(19')



Décorer les arbres syntaxiques.

4) ANALYSE COMPOSITIONNELLE DES GN

• On pose comme principe que tout constituant (syntaxique) se décompose en deux sous constituants, dont l'un est une fonction, et l'autre un argument.
• On peut considérer qu'il y a deux possibilités pour construire compositionnellement le sens d'un constituant comme le suivant : $X \rightarrow Y\ Z$ avec $Y=\alpha$ $Z=\beta$. Ou bien $X = [\alpha(\beta)]$, ou bien $Z=[\beta(\alpha)]$.
• La compositionalité des GN en position objet quand le GN est quantifié.
• Attention, comme on n'a pas introduit de type sur les expressions, on peut écrire des choses qui ne sont pas interprétables, qui n'ont aucun sens.

Exemples :

[λP[P(a)] (b)]	très différent de [λP[P(a)] (D)] qui se réduit à D(a)
[λx [D(x)] (Regarder)]	très différent de [λx [D(x)] (a)] qui se réduit à D(a)
[λx [D(x)] (λy λz Regarder(z,y))]	très différent [λPP (λy λz Regarder(z,y))] qui se réduit à [(λy λz Regarder(z,y))]

Exercice 1

On peut représenter un prédicat soit comme un ensemble, soit comme une fonction. Soit le modèle suivant. Soit $\mathcal{M}$ un modèle défini sur l'ensemble {ALICE, BRUNO, CHARLES, DINA} et les prédicats P et Q tels que :
- l'interprétation de P est l'ensemble {ALICE, DINA}
- l'interprétation de Q est l'ensemble {(ALICE, BRUNO), (ALICE, CHARLES), (ALICE, DINA), (DINA, CHARLES), (BRUNO, BRUNO)}.

Montrer comment représenter ces prédicats sous forme fonctionnelle.

Exercice 2

a) A quelles expressions du langage correspondent les expressions suivantes du lambda–calcul ?
λx Dormir(x) b
λx Regarder(x,b)
λx Regarder(b,x)
λxλy Regarder(x,y) a b
λyλx Regarder(x,y) a b
λxλy Regarder(x,y) b a
λx∃y (Regarder(x,y) ∧ Tableau(y))
λx∀y (Regarder(x,y) → Tableau(y))

b) Inversement, représenter dans le lambda-calcul les expressions de la langue naturelle soulignées dans les phrases suivantes :

Un vieil homme dort dans le hall.
Jean et Marie sont heureux.
Un ou deux hommes sont venus.
Tous les étudiants ont réussi.
Jean est heureux quand il dort

Exercice 3

Réduire les expressions suivantes, et les traduire par des phrases ou des expressions de la langue naturelle.

1. [λy[λx Regarder(x,y) a] b]
2. [λx [λy Regarder(x,y) b] a]
3. [λx∃y (Regarder(x,y) ∧ Tableau(y)) a]
4. [λx∀y (Regarder(x,y) → Tableau(y)) b]

5. $[[[\lambda z \lambda y \lambda x$ Présenter (x,y,z) $(a)]$ $(b)]$ $(c)]$
6. $[[\lambda z[\lambda y \lambda x$ Présenter (x,y,z) $(a)]$ $(b)]$ $(c)]$
7. $[\lambda z[\lambda y[\lambda x$ Présenter (x,y,z) $(a)]$ $(b)]$ $(c)]$

8. $\lambda x\ x$ $\qquad \lambda x\ a$
9. $\lambda P\ P$ $\qquad \lambda P\ \neg P$
10. $\lambda P[\exists x P(x)]$
11. $\lambda x \lambda P[P(x)]$
12. $\lambda P \lambda x[P(x)]$