

COURS 2

Sémantique compositionnelle : logique des prédicats et interprétation dans un modèle (1)

Introduction

- Sémantique du calcul propositionnel et tables de vérité
- Sémantique du calcul des prédicats et modèles ensemblistes

1) SENS, REFERENCE ET DENOTATION

Frege : - référence vs. mode de donation du référent

- (1) a. *Napoléon est Napoléon.*
b. *Napoléon est le vainqueur de Waterloo.*

- La dénotation d'une expression linguistique correspond à ce que cette expression désigne dans le monde. Elle est relative au monde dans lequel on évalue l'expression linguistique.

Rq terminologique :

- Une expression linguistique **dénote**, a une certaine **dénotation** (sémantique)
- Le locuteur fait **référence** à telle ou telle chose quand il utilise telle expression (pragmatique)

- Le sens d'une expression est ce qui nous permet de déterminer sa dénotation. Frege définit le sens comme « le mode de donation » de la dénotation.

- ❖ Sens et dénotation d'un GN : un nom propre dénote un individu mais n'a pas de sens (ou très peu) ; une description définie a une dénotation et du sens.
 - ❖ Sens et dénotation d'une phrase : une phrase dénote une valeur de vérité (V ou F) et a pour sens une pensée.
 - ❖ Contextes transparents vs. opaques
- (2) a. *Jean sait que Napoléon est Napoléon.*
b. *Jean sait que Napoléon est le vainqueur de Waterloo.*

Connaître la référence d'une phrase ≠ Connaître le sens d'une phrase

On peut comprendre une phrase sans connaître sa dénotation

- (3) a. *Il y a quatorze planètes qui gravitent autour de l'étoile Sirius.*
b. *Le plus grand des singes mesure 5,20 m.*
c. *Le père d'Alexandre le Grand était infirme.*

Différence entre dictionnaires et encyclopédies

Approches extensionnelles vs intensionnelles

2) PRINCIPE DE COMPOSITIONALITE

- La signification d'une expression est fonction de la signification de ses parties et de leur mode de composition.
 - Signification : sens + dénotation
 - Composition et décomposition (analyse)
 - Dénotation des noms propres et des descriptions définies : entités
 - Dénotation des phrases : V/ F
 - Dénotation des autres types de constituants

Le principe de compositionnalité face aux mots composés et aux expressions figées : *pomme de terre, médecin de famille, casser sa pipe, tomber sur la tête...*

Le langage naturel peut être traité comme un système formel interprété (Richard Montague : *English as a Formal Language*).

3) LES MODELES ENSEMBLISTES

a) Un exemple

Imaginons un monde réduit à trois individus (Marie, Jean et Pierre), dont tout ce qu'on puisse dire c'est que Marie est une fille, Jean et Pierre deux garçons, que Marie aime Pierre mais pas Jean et que ni Jean ni Pierre n'aime Marie. Ajoutons que Jean et Pierre ne s'aiment pas non plus.

Traduisons ce qu'on peut dire de ce monde dans le calcul des prédicats : on utilise trois constantes d'individus (m, j, p) et trois prédicats, un binaire $A(x,y)$ et deux unaires $G(x)$ et $F(x)$.

Définissons la sémantique de ce langage en termes ensemblistes. On a :

- un domaine d'interprétation D qui permet d'avoir accès à la signification des constantes. Ici, les constantes réfèrent aux trois individus Marie, Jean et Pierre. On pose donc $D = \{\text{Marie, Jean, Pierre}\}$
- des prédicats qu'on associe à l'ensemble des individus qui les vérifient. Donc

$F = \{\text{Marie}\}$

$G = \{\text{Jean, Pierre}\}$

$A = \{(\text{Marie, Pierre})\}$

Exercice 1 :

Est-ce que les formules suivantes sont vraies ou fausses dans cette interprétation ?

$F(m), F(j), F(p) \vee F(j), G(m), G(p) \wedge G(j)$

$A(m,j), G(m,p), \neg A(j,m)$

- Un modèle est une représentation ensembliste du monde ou plutôt d'une vision partielle du monde. Il spécifie qui est qui, qui fait quoi, ...

- Constantes et individus
- Prédicats unaires et ensembles d'individus
- Prédicats n-aires et ensembles de n-uplets

b) Modèles et fonction d'interprétation

Définition :

Un modèle $\mathcal{M}$, c'est une paire $\langle D, I \rangle$ où

- D est un ensemble non vide d'entités appelé domaine d'interprétation
- I est une fonction, appelée fonction d'interprétation, qui projette les constantes d'individus dans D et chaque prédicat N -aire dans D^n .

Notation :

On note $[[\alpha]]$ la valeur sémantique de α .

Conclusion :

Ce qu'on peut vous demander, c'est :

- 1) d'évaluer une formule pour une interprétation donnée,
 - 2) de trouver une interprétation qui vérifie ou qui falsifie une formule.
- Reste à faire : comment interpréter les variables et les formules quantifiées ?