

## COURS 5

### Logique des propositions – Raisonnement et tables de vérité

#### 1) DE LA LANGUE NATURELLE AUX FORMULES DU CALCUL DES PROPOSITIONS

##### a) Traduction

- Ecart entre langue naturelle et formules propositionnelles (sens vériconditionnel et implication).
- Distinguer **condition nécessaire**, **condition suffisante**, et **condition nécessaire et suffisante**.
- la traduction de *ne...que* :
  - 1) *Jean ne vient me voir que quand il a un problème.*
  - 2) *Jean ne mange que des sucreries.*

##### b) Evaluation

- Produire puis interpréter une table de vérité
- Si une formule contient  $n$  lettres de propositions atomiques, la table de vérité qui lui est associée contiendra  $2^n$  lignes différentes.

#### 2) EVALUER DES RAISONNEMENTS

##### Exercice 1

Formaliser puis évaluer les raisonnements suivants, en vous appuyant, soit sur une table de vérité, soit sur la forme du raisonnement.

1. Ce livre est bien écrit. S'il est bien écrit, il se lit aisément. S'il se lit aisément, il plaira au public. Donc il plaira au public.
2. Il est jeune mais bien né. S'il est bien né, il est valeureux. Donc il est valeureux.
3. Son cœur bat. Donc il est vivant.
4. Il sort seulement s'il est sûr de pouvoir revenir à bon port. Or il n'est pas sûr de pouvoir revenir à bon port. Donc il ne sort pas.

##### Exercice 2

Parmi les discours suivants, lesquels sont des raisonnements corrects?

- (a) Si Pierre a menti, alors Jean est coupable. Or Jean n'est pas coupable. Donc Pierre n'a pas menti.
- (b) Si Pierre a menti, alors Jean est coupable. Or Pierre n'a pas menti. Donc Jean n'est pas coupable.
- (c) Si Pierre se présente, alors Jean démissionne. Si Jean démissionne, alors Albert se présente. Si Albert se présente, il sera élu. Si Albert est élu, Pierre n'est pas élu. Si Pierre ne se présente pas, il n'est pas élu. Donc Pierre n'est pas élu.
- (d) Si Horace aime Juliette, elle l'épousera. Si Horace n'aime pas Juliette, elle épousera Gandalf. Or Juliette n'épousera pas Horace, donc elle épousera Gandalf.
- (e) Si Horace aime Juliette, elle l'épousera. Si Horace n'aime pas Juliette, elle épousera Gandalf. Or Juliette épousera Gandalf, donc elle n'épousera pas Horace.

##### Exercice 3

Alice, Belle et Cendrillon ont un examen de sémantique à passer. On suppose que :

- (A) L'une des trois au moins révisera pour l'examen.
- (B) Si Alice ne réviser pas, Belle non plus.
- (C) Si Alice réviser, Cendrillon aussi.

Pouvez-vous dire qui révisera et qui ne révisera pas ?

##### Exercice 4

Formaliser le raisonnement suivant, en explicitant les règles utilisées:

*Albert, Barnabé, Camille et Daniel ont rendez-vous. Si Albert s'y rend en métro, Barnabé ira en voiture. Si Camille va à pied, Daniel ira en voiture. Or Albert va en métro et Camille à pied. Donc Barnabé et Daniel iront en voiture.*

### Exercice 5

Une enquête sur un vol a établi les faits suivants :

- (a) Le voleur est passé par la porte ou par la fenêtre.
- (b) S'il avait la clé, il n'est pas passé par la fenêtre.
- (c) S'il est passé par la fenêtre, il a laissé des traces sur le tapis.
- (d) Il n'y a pas de traces sur le tapis.

Le détective A en déduit que le voleur est entré par la porte, et le détective B en déduit qu'il avait la clé.

- 1) Formaliser le raisonnement du détective A et montrer qu'il est exact. On donnera une preuve formelle, ou à défaut un argument informel précis.
- 2) Montrer par des valeurs de vérité bien choisies que le détective B ne raisonne pas correctement. [On évitera autant que possible de dresser la table de vérité complète.]

### Exercice 6

Le raisonnement suivant est-il correct ? Si oui, rédigez-le complètement, en précisant les règles employées.

*Si Alfred commande du champagne, Bernard aussi; et si Claude en commande, Alfred aussi. Alfred ou Claude, mais pas à la fois Bernard et Claude, commandent du champagne. Donc, Alfred et Bernard mais pas Claude commandent du champagne.*

### Exercice 7

Albert ment toujours et Bernard dit toujours la vérité.

Pour chacune des déclarations suivantes, dites s'il est possible de l'attribuer à Albert seulement, à Bernard seulement, aux deux, ou à aucun des deux.

- (a) « Bernard a dit qu'il s'appelle Albert.»
- (b) « Je m'appelle Bernard.»
- (c) « Je m'appelle Albert.»