**Licence 2 - Logique**
**DST2- 14 décembre 2015 – durée 2h**
**Corrigé à l'attention des étudiants de 2016-2017**

**Exercice 1** (5 points)
Soit le raisonnement suivant :
*(1)* *Quand il est enrhumé, Jean n'appelle le médecin que s'il a de la fièvre. Il a de la fièvre. Donc il va appeler le médecin.*
a) Le formaliser dans le calcul des propositions.
On pose le vocabulaire suivant :
p = Jean est enrhumé
q = Jean appelle le médecin
r = Jean a de la fièvre

Le raisonnement est le suivant :
$p \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)$
$r$
---
$q$

On peut aussi associer ce raisonnement à une seule formule :
$[(p \rightarrow (\neg r \rightarrow \neg q)) \wedge r] \rightarrow q$

b) En s'appuyant sur une table de vérité, dire s'il est valide ou non.
La table de vérité associée à cette formule comporte 8 lignes.

| p | q | r | ¬r | ¬q | ¬r→¬q | p → (¬r →¬q) | [(p → (¬r →¬q)) ∧ r] | [(p → (¬r →¬q)) ∧ r] → q |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| V | V | V | F | F | V | V | V | V |
| V | V | F | V | F | F | F | F | V |
| V | F | V | F | V | V | V | V | F |
| F | V | V | F | F | V | V | V | V |
| V | F | F | V | V | V | V | F | V |
| F | V | F | V | F | F | V | F | V |
| F | F | V | F | V | V | V | V | F |
| F | F | F | V | V | V | V | F | V |

On voit que le raisonnement n'est pas valide. Il y a deux cas dans lesquels les prémisses sont vraies, mais pas la conclusion. Ils correspondent aux lignes 3 et 7 de la table de vérité donc aux cas où :
- Jean est enrhumé, a de la fièvre mais n'appelle pas le médecin.
- Jean n'est pas enrhumé, a de la fièvre mais n'appelle pas le médecin.

**Exercice 2** (5 points)
Soit les phrases suivantes :
*(2) a. Il y a au frigidaire deux yaourts et un jus de fruits qui seront périmés demain.*
*b. J'ai discuté avec le frère de Marie qui a réussi à valider son master.*
Trouver une implicature et une implication logique associées à l'énoncé (2a).
Trouver une implication logique et deux présuppositions associées à l'énoncé (2b).
Comme nous n'avons pas traité ces questions cette année, vous n'aurez pas d'exercice de ce type.

**Exercice 3** (6 points)
Traduire dans le calcul des prédicats les phrases suivantes. Si une phrase est ambiguë, représenter toutes les interprétations possibles.

*(3)* *a.* *Marie chante.*
*b.* *Marie chante une chanson à Jean.*
*c.* *Marie chante une chanson à chaque bébé.*
*d.* *Aucune puéricultrice ne chante aucune chanson à aucun bébé.*

On pose le vocabulaire suivant :
m = Marie ; j= Jean
C(x, y, z) = x chante y à z
P(x) = x est une puéricultrice
Ch(x) = x est une chanson
B(x) = x est un bébé
- (3a) est associé à la formule suivante : $C(m)$
- (3b) est associé à la formule suivante : $\exists x\, (Ch(x) \wedge C(m,x,j))$
- (3c) est associé à la formule suivante : $\forall x\, (B(x) \rightarrow \exists y\, (Ch(y) \wedge C(m,y,x)))$

« Chaque » est interprété de façon préférentielle comme distributif, donc on peut considérer que Marie ne chante pas nécessairement la même chanson à chaque bébé. La représentation ci-dessus est cependant compatible avec une interprétation où c'est la même chanson que Marie chante à chaque bébé.
Si on voulait forcer l'interprétation avec portée large de « une chanson » sur « chaque bébé », on aurait : $\exists y\, (Ch(y) \wedge \forall x\, (B(x) \rightarrow C(m,y,x)))$
- (3d) est ambiguë.
Ou bien, la phrase signifie qu'il n'y a pas la moindre chanson chantée et on a la représentation suivante : $\forall x\, \forall y\, \forall z\, ( (P(x) \wedge Ch(y) \wedge B(z)) \rightarrow \neg Ch(x,y,z))$
Ou bien elle signifie que toute puéricultrice chante au moins une chanson à au moins un bébé. C'est le cas dans le contexte du dialogue suivant, entre A et B, dans lequel on suppose que Marie est une puéricultrice.
A : Marie est nulle, elle ne chante aucune chanson à aucun bébé.
B : Mais non, c'est impossible ! Aucune puéricultrice ne chante aucune chanson à aucun bébé.
$\forall x\, (P(x) \rightarrow \exists y\, \exists z\, (Ch(y) \wedge B(z) \wedge Ch(x,y,z)))$

**Exercice 4** (4 points)
Traduire les formules suivantes par une phrase de la langue naturelle, sachant que m représente Marie, que R(x,y) signifie 'x range y' et J(x) signifie 'x est un jeu '.

(4) a. $\forall x\, (J(x) \rightarrow R(m,x))$
b. $\forall x\, (\neg J(x) \rightarrow \neg R(m,x))$
c. $\exists x\, ( \exists y\, (J(y) \wedge R(x,y)) \wedge \exists y\, (J(y) \wedge \neg R(x,y)) )$

(4a) correspond à « Marie range tous les jeux »
(4b) correspond à « Marie ne range que les jeux » ou « Marie ne range rien d'autre que les jeux ».
(4c) correspond à « Il y a quelqu'un qui range certains jeux et pas d'autres ».