Licence 2 - Logique
Mercredi 12 décembre 2018
Durée 1h20

Comme personne n'a réussi à bien faire l'exercice 2, j'ai changé le barème**.** J'ai noté cet exercice sur 3 points seulement et j'ai ajouté 2 points à l'exercice 3 et 2 points à l'exercice 4. Donc vous avez finalement tous été notés sur 21.

Exercice 1 (4 points)

Soit l'extrait suivant de *L'Ecole des femmes* de Molière. Arnolphe (qui croit récupérer Agnès) s'adresse à Horace (qui comprend qu'il doit épouser une autre femme). Quelle est la relation sémantique qui existe en (1) et (2a), et entre (1) et (2b) ? Ne pas oublier de justifier ses réponses.

(1) Adieu, l'événement trompe un peu vos souhaits, mais tous les amoureux ne sont pas satisfaits.

(2) a. Il y a des amoureux qui ne sont pas satisfaits.

b. Il y a des amoureux qui sont satisfaits.

'Tous les amoureux ne sont pas satisfaits' signifie : il est faux que tous les amoureux soient satisfaits. Cela implique donc logiquement qu'il y a des amoureux qui ne sont pas satisfaits. La relation entre (1) et (2a) est une relation d'implication.

La relation entre (1) est (2b) est seulement une relation d'implicature. Elle pourrait être annulée dans un discours comme : « Tous les amoureux ne sont pas satisfaits. Aucun même, il me semble. »

Exercice 2 (~~6 points~~) 3 points

Soit le discours suivant. Il illustre ce qu'on appelle un raisonnement par l'absurde.

(3) Le niveau monte. En effet, si le niveau ne montait pas, il n'y aurait pas de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention très bien.

a) Reconstruire le raisonnement qu'il véhicule en explicitant les hypothèses sur lesquelles il s'appuie et la conclusion qu'il soutient.

Le locuteur veut prouver que le niveau monte. Sa conclusion est donc : le niveau monte.

Pour ce faire, il imagine une situation où le contraire de ce qu'il cherche à prouver serait vérifié. Cela est exprimé dans le contrefactuel : « *Si le niveau ne montait pas, il n'y aurait pas de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention très bien.* » On a donc deux hypothèses qui sont posées :

- il y a de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention très bien (cela vient de la forme '*il n'y aurait pas de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention très bien')*
- si le niveau ne monte pas, alors il n'y a pas de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention très bien.

b) Le représenter dans le calcul des propositions.

On pose les propositions suivantes :

M : le niveau monte

TB : il y a de plus en plus d'élèves qui obtiennent le bac avec mention TB

Le raisonnement est le suivant :

$$\frac{\neg M \rightarrow \neg TB \qquad TB}{M}$$

c) En s'appuyant sur une table de vérité, dire s'il est valide ou non.
La table de vérité correspondante est la suivante :

M	TB	$\neg M$	$\neg TB$	$\neg M \rightarrow \neg TB$	$(\neg M \rightarrow \neg TB) \wedge TB$	$[(\neg M \rightarrow \neg TB) \wedge TB] \rightarrow M$
V	V	F	F	V	V	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	V
F	F	V	V	V	F	V

On voit que la dernière colonne correspond à une formule tautologique, donc le raisonnement est bien valide.

RQ : bcp d'entre vous ont distingué trois propositions :
M : Le niveau monte
B : De plus en plus d'élèves ont le bac
TB : De plus en plus d'élèves ont mention très bien.
En fait, ici, on ne peut pas vraiment séparer B et TB, car on ne s'intéresse pas au nombre absolu d'élèves qui ont le bac, mais seulement au nombre de ceux qui ont mention très bien. La relation qui est posée par la contrefactuelle, c'est une relation entre le niveau général et le nombre d'élèves obtenant le bac avec mention TB, pas entre le niveau général et le nombre d'élèves obtenant le bac en général.

Exercice 3 (~~4 points)~~ 6 points
Représenter les phrases suivantes dans le calcul des prédicats. Bien préciser la signification des symboles de constantes individuelles et de prédicats qui sont utilisés.
(4) *L'aimable Angélique aima le bel Enrique.*
(5) *Jean a pris quelque chose, mais personne n'a vu quoi.*

On pose le vocabulaire suivant :
Constantes d'individu : a pour Angélique, e pour Enrique
Symboles de prédicats :
A(x) : x est aimable
B(x) : x est beau
Ai(x,y) : x aima y
La formule représentant (4) est :

$$(A(a) \wedge B(e)) \wedge Ai(a,e)$$

On ajoute au vocabulaire les symboles suivants :
j pour Jean
P(x,y) : x a pris y
V(x,y) : x a vu y
H(x) : x est un être humain
La formule représentant (5) est :

$$\exists x\, (P(j,x) \wedge \forall y\, (H(y) \rightarrow \neg V(y,x)))$$

Exercice 4 (~~6 points)~~ 8 points
Considérer la phrase (6) :
(6) *Aucun invité n'a goûté tous les plats.*

a) On suppose que I(x) signifie 'x est un invité', P(x) 'x est un plat' et G(x,y) 'x a goûté y'. Des formules suivantes, laquelle (ou lesquelles) représente(nt) correctement le sens de (6) ?

(7) $\forall x\ (I(x) \rightarrow \neg \forall y\ (P(y) \rightarrow G(x,y)))$
(8) $\forall x\ \forall y\ ((I(x) \wedge P(y)) \rightarrow \neg G(x,y))$
(9) $\exists x\ (I(x) \wedge \neg(\forall y\ (P(y) \rightarrow G(x,y)))$
(10) $\exists x\ (P(x) \wedge (\forall y\ (I(y) \rightarrow \neg G(y,x)))$

C'est la formule (7) qui représente le sens de (6). Elle indique que pour tous les invités (variable x quantifiée universellement), il est faux que pour tous les plats (variable y quantifiée universellement), l'invité a gouté le plat (x a goûté y). En d'autres termes, de chaque invité, on peut dire qu'il est faux qu'il a goûté tous les plats.

b) A quelles phrases de la langue naturelle correspondraient les autres formules ?
(8) correspond à la phrase : « Aucun invité n'a goûté aucun plat ».
Ici, on quantifie sur toutes les paires d'invité et de plat. Donc (8) est beaucoup plus forte que (7). Personne n'a rien goûté du tout.

(9) correspond à la phrase : « Un des invités n'a pas goûté tous les plats ». On parle d'un invité particulier ($\exists x\ (I(x) \wedge \ldots)$. On ne dit rien des autres.

(10) correspond à la phrase : « Il y a un plat qu'aucun des invités n'a goûté ». On parle d'un plat en particulier ($\exists x\ (P(x) \wedge \ldots)$.